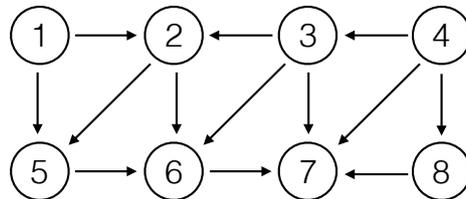


TD 6 : Graphes – Applications des parcours

26 Octobre 2017

1 Tri topologique

QUESTION 1 – Donner un tri topologique pour le graphe orienté suivant.



2 Connexité et cycles

QUESTION 2 – Donner un algorithme qui teste en $\mathcal{O}(|A|)$ la connexité d'un graphe non orienté $G = (S, A)$.

QUESTION 3 – Donner un algorithme qui teste en $\mathcal{O}(|S|)$ l'existence d'un cycle dans un graphe non orienté $G = (S, A)$, sans forcément en exhiber un.

3 Cycles eulériens

Soit $G = (S, A)$ un graphe non-orienté connexe. On appelle cycle *eulérien* un cycle empruntant une et une seule fois chaque arête de G .

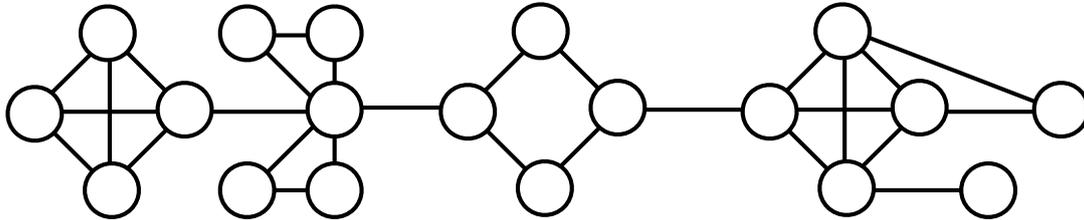
QUESTION 4 – Montrer que G admet un cycle eulérien si et seulement si les degrés de tous ses sommets sont pairs.

QUESTION 5 – Proposer un algorithme trouvant un cycle eulérien dans un graphe donné.

4 Séparabilité

Soit $G = (S, A)$ un graphe non orienté connexe. On appelle *sommet d'articulation* de G un sommet dont la suppression rend G non connexe.

QUESTION 6 – Sur l'exemple ci-dessous, marquer les sommets d'articulations.



QUESTION 7 – Soit π un arbre de parcours en profondeur de G . Soit r la racine de π . Énoncer et justifier une condition nécessaire et suffisante pour que r soit un sommet d'articulation.

QUESTION 8 – Soit v un sommet de π , distinct de sa racine, donner une condition nécessaire et suffisante sur les arcs arrières partant des enfants de v ou de leurs descendants, pour que v soit un sommet d'articulation de G . Expliquer.

QUESTION 9 – Dédurre des questions précédentes un algorithme pour calculer tous les sommets d'articulations avec une complexité en $\mathcal{O}(|A|)$. Expliquer.

QUESTION 10 – Illustrer ce calcul sur l'exemple précédent.